

УДК 62-253:001.891.54:531.43/.46

**О ВЛИЯНИИ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ НА ДИНАМИКУ  
ГОРИЗОНТАЛЬНОГО РОТОРА**

**В.Г. Гадьяка, Д.В. Лейких\*, В.И. Симоновский \***

ОАО СНПО им. М.В. Фрунзе, г. Сумы;

\*Сумский государственный университет, г. Сумы

*В работе исследовано влияние внутреннего трения на динамику роторов турбокомпрессоров. Получены зависимости амплитуд синхронных и несинхронных составляющих колебаний, вызванные влиянием внутреннего сухого трения. Также показано, что в неустойчивой области вращения автоколебательная накладка при некоторых условиях может иметь сравнительно небольшую амплитуду и суммарный уровень вибрации ротора находится в допустимых пределах.*

Эксперименты, проведенные на балансировочном стенде с вакуумной камерой [1,2], показали, что внутреннее трение оказывает существенное влияние на динамику горизонтальных роторов. В работах [3,4] был выявлен ряд закономерностей, касающихся влияния внутреннего трения на устойчивость и статический прогиб. Однако некоторые вопросы, например, анализ поведения ротора в области неустойчивых частот вращения, ввиду практически непреодолимых трудностей аналитического обозрения, требуют дальнейшего выяснения. В частности, экспериментально обнаружено [1], что потеря устойчивости не обязательно означает аварийное состояние. Поэтому практически важна, например, оценка автоколебательной накладки в неустойчивой зоне вращения неуравновешенного ротора.

Ниже эти вопросы анализируются на основе рассмотрения нелинейной одномассовой модели ротора. Ряд закономерностей удалось выявить с помощью непосредственного интегрирования дифференциальных уравнений модели с последующим спектральным анализом полученных решений.

Рассмотрим простейшую модель сухого трения, сила которого во вращающейся вместе с ротором системой координат записывается в виде [4]

$$P_V = -H \cdot \frac{\dot{\zeta}}{|\dot{\zeta}|}, \quad (1)$$

где  $H$  – амплитуда силы;  $\zeta = \xi + i\eta$  – вектор-комплекс скорости во вращающейся системе.

«Спрессованное» уравнение одномассовой модели ротора в неподвижной системе в этом случае примет вид

$$\ddot{z} + \mu \cdot \dot{z} + \Omega^2 \cdot z + \alpha \frac{(\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z)}{|\dot{z} - i \cdot \omega \cdot z|} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t}, \quad (2)$$

где  $\mu = \frac{k}{m}$  - отнесенный к единице массы коэффициент внешнего трения;

$k$  - коэффициент внешнего трения;  $m$  - эквивалентная масса ротора;

$\alpha = \frac{H}{m}$  - относительная амплитуда сухого внутреннего трения;

$\Omega^2 = \frac{c}{m}$  - квадрат собственной частоты ротора;  $c$  - эквивалентная жесткость;

$\omega$  - частота вращения ротора;

$e = \frac{D}{m}$  - относительная неуравновешенность;  $D$  - дисбаланс ротора.

В развернутой, «вещественной» форме уравнение (2) приводится к системе двух уравнений:

$$\ddot{x} + \mu \cdot \dot{x} + \Omega^2 \cdot x + \alpha \frac{(\dot{x} + \omega \cdot y)}{\sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2}} = g + \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t; \quad (3)$$

$$\ddot{y} + \mu \cdot \dot{y} + \Omega^2 \cdot y + \alpha \frac{(\dot{y} - \omega \cdot x)}{\sqrt{(\dot{x} + \omega \cdot y)^2 + (\dot{y} - \omega \cdot x)^2}} = \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t.$$

Частное решение (вынужденную составляющую) будем искать в виде

$$z_e = \bar{z}_g + \bar{z}_e \cdot e^{i\omega t}. \quad (4)$$

Искомыми являются вещественная и мнимая части комплексов  $\bar{z}_e$  и  $\bar{z}_g$ :

$$\bar{z}_e = a + i \cdot b, \quad \bar{z}_g = c + i \cdot d. \quad (5)$$

В вещественной форме решение (4) имеет вид

$$x = a \cdot \cos \omega t - b \cdot \sin \omega t + c, \quad y = b \cdot \cos \omega t + a \cdot \sin \omega t + d. \quad (6)$$

Подставляя (4) в (2), получим после алгебраических преобразований следующие соотношения:

$$\bar{z}_e = \frac{\varepsilon \cdot \omega^2}{\Omega^2 - \omega^2 + i \cdot \mu \cdot \omega}, \quad (7)$$

$$\bar{z}_g = \frac{g}{\Omega^2 - i \cdot \omega \cdot \delta}. \quad (8)$$

Из (7) следуют формулы для определения искомого  $a, b$ :

$$a = \frac{\varepsilon \cdot \bar{\omega}^2 (1 - \bar{\omega}^2)}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + \bar{\mu}^2 \bar{\omega}^2}, b = -\frac{\varepsilon \cdot \bar{\mu} \cdot \bar{\omega}^3}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + \bar{\mu}^2 \bar{\omega}^2}, \quad (9)$$

где  $\bar{\omega} = \omega / \Omega$  - относительная частота вращения,

$\bar{\mu} = \mu / \Omega$  - относительный коэффициент внешнего трения.

Из соотношения (9) следует вывод, что на амплитуду и фазу синхронной прецессии (определяемой величинами  $a, b$ ) влияет только внешнее трение (коэффициент  $\mu$ ). В [4] аналогичный вывод был сделан для случая линейных внешнего и внутреннего трения.

Параметры статического прогиба (величины  $c, d$ ), как это вытекает из соотношения (8), могут быть найдены по формулам

$$c = \frac{g^2 - \alpha^2}{\Omega^2 \cdot g}, \quad d = \frac{\alpha \sqrt{g^2 - \alpha^2}}{\Omega^2 \cdot g}. \quad (10)$$

Из (10) заключаем, что внутреннее сухое трение (определяемое параметром  $\alpha$ ) влияет на амплитуду и фазу статического прогиба. Подобная закономерность была выявлена в [4] для линейной модели вязкого трения вида  $P_V = -h \cdot \dot{\zeta}$ . Из формул (10) также следует, что параметры статического прогиба не зависят от частоты вращения.

Анализ устойчивости системы (2) в буквенном виде сделать затруднительно, тем более исследовать её поведение в области неустойчивых частот вращения. Поэтому была проведена большая серия численных экспериментов на основе интегрирования уравнений (3) с использованием математического комплекса Maple 9.5 и спектрального анализа установившихся колебаний.

В основу был взят ротор турбокомпрессора ГЦ1-136/10-27 (рис. 1), математическая модель которого была приведена к одномассовой. Приведение было выполнено таким образом, чтобы значение критической частоты, величина динамического прогиба центра масс ротора при критической частоте, а также статический прогиб для исходной многомассовой модели и одномассовой совпадали. В результате было получено: эквивалентная масса  $m=263\text{кг}$ ,  $\mu = 3.7\frac{1}{c}$ ,  $\Omega = 442.8\frac{1}{c}$ . Параметры  $\varepsilon, \omega$  и  $\alpha$  варьировались.

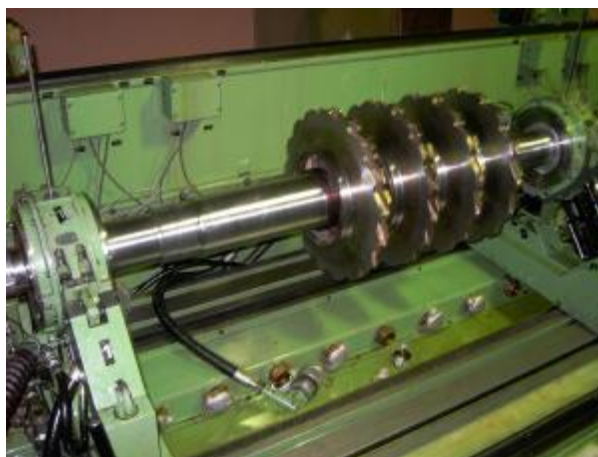
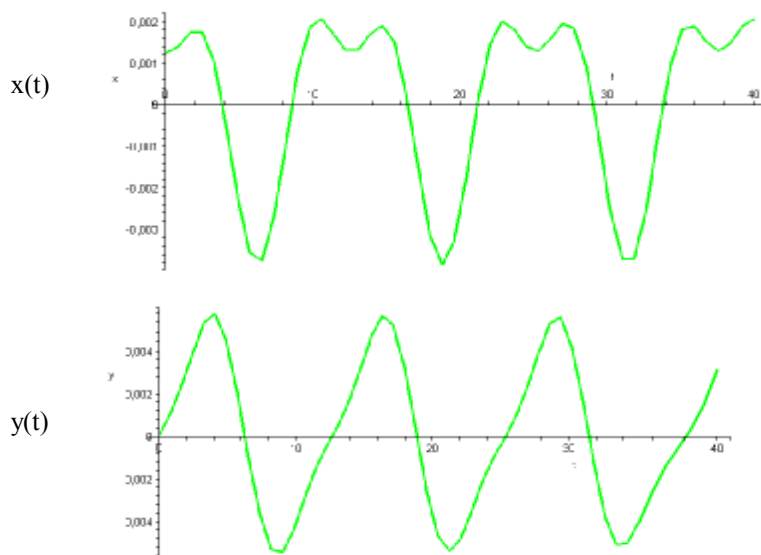


Рисунок 1 – Ротор компрессора ГЦ1-136/10-27 на РБС

На рис. 2 приведен пример результатов численного интегрирования (фрагмент установления колебаний и установившийся периодический процесс) при параметрах  $\bar{\omega} = \omega/\Omega = 2,05$ ,  $\alpha = 4, \varepsilon = 0,001$  и  $\mu = 3,7\frac{1}{c}$ , которое соответствует области неустойчивых частот вращения. На рис. 3 показан соответствующий фазовый портрет.

### Переходной процесс



### Установившееся движение

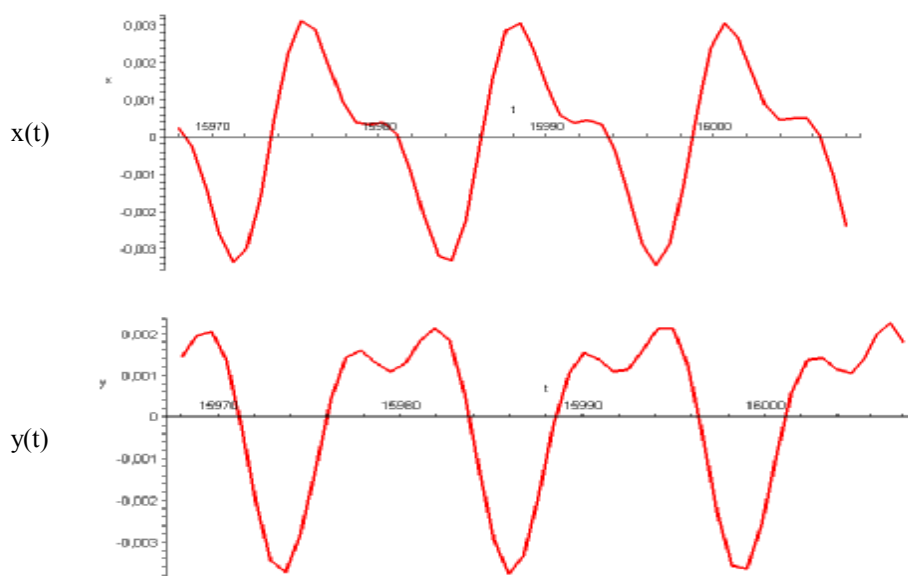


Рисунок 2 – Результат численного интегрирования

Для серии графиков полученных установившихся режимов был выполнен спектральный анализ, некоторые результаты которого отражены на рис. 4.

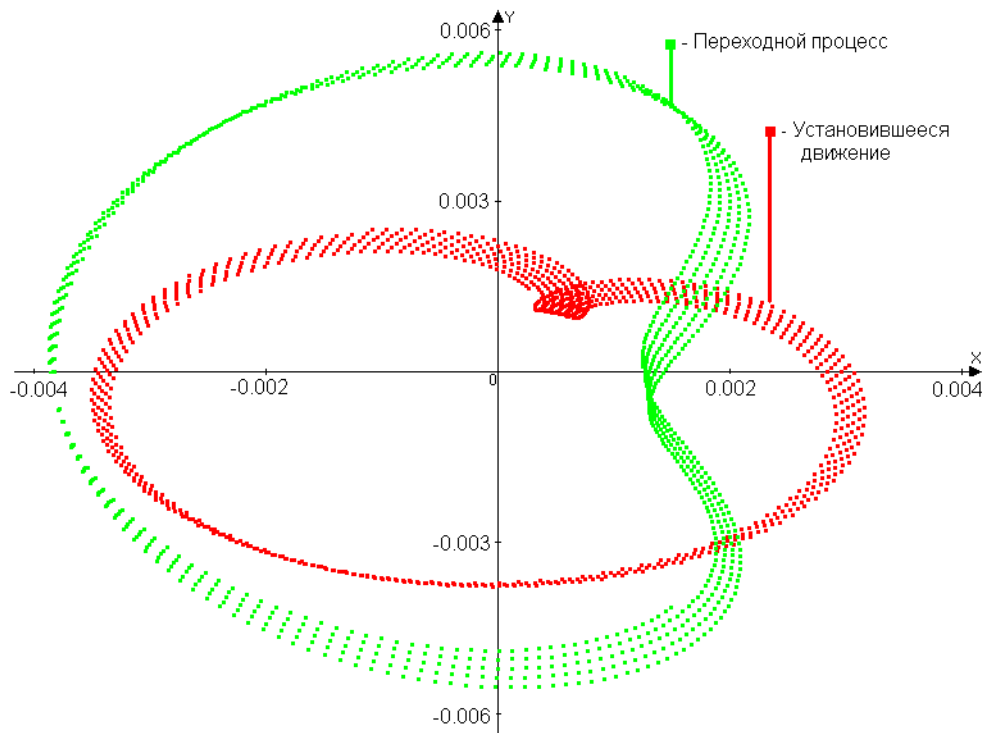


Рисунок 3 – Фазовый портрет

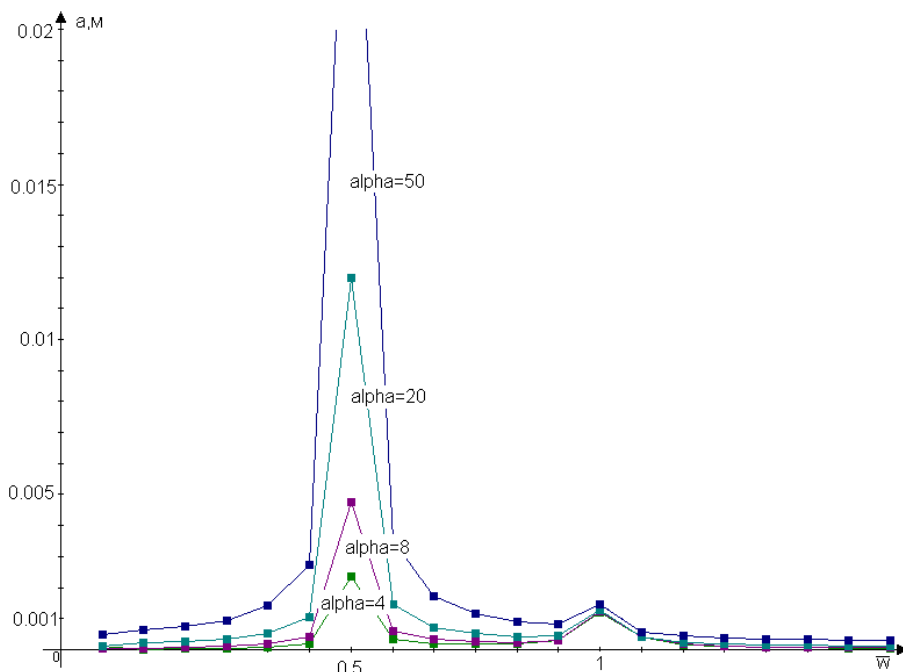


Рисунок 4 – Изменение спектра при различных параметрах  $\alpha$

При  $\bar{\omega} = 2,05$  (область неустойчивости),  $\varepsilon = 0,001$  варьировался коэффициент сухого трения  $\alpha$ . Из рисунка видно, что по мере увеличения этого коэффициента растет амплитуда автоколебательной накладки (при  $\bar{\omega} \approx 0,5$ ). Амплитуда синхронной прецессии в неустойчивой области также увеличивается, но в меньшей степени (рис. 4, 5). Таким образом, если в устойчивой области (как было показано выше аналитически) сухое трение не влияет на синхронный прогиб ротора, то в неустойчивой зоне такое влияние обнаруживается.

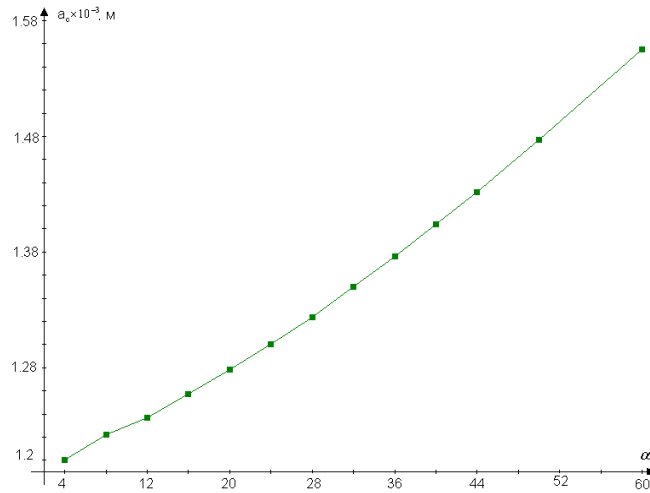


Рисунок 5 – Зависимость амплитуды синхронной прецессии от параметра  $\alpha$

На рис. 6 приведен пример спектра для  $\bar{\omega} = 2,05$ ;  $\alpha = 4$  при варьировании параметра  $\varepsilon$ , характеризующего относительную неуравновешенность.

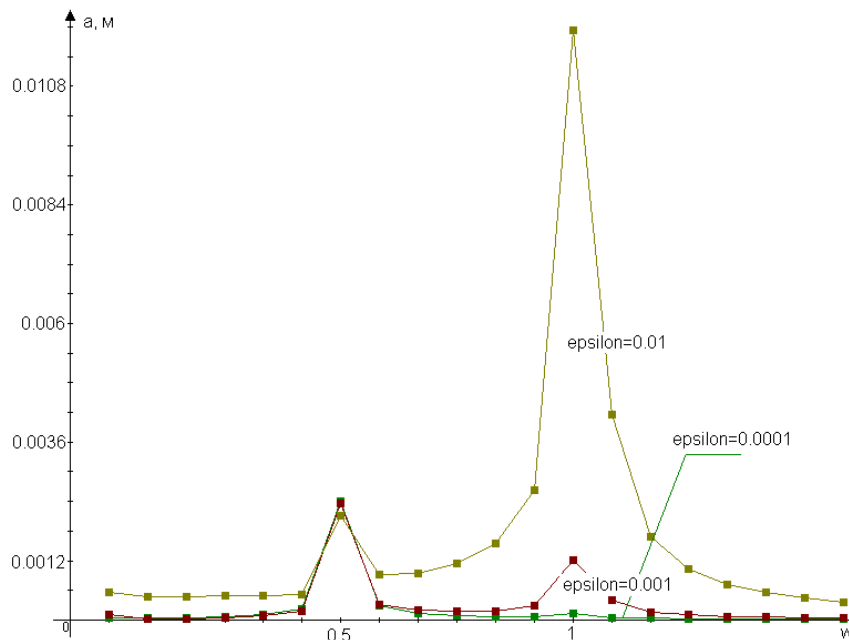


Рисунок 6 – Изменение спектра при различных параметрах  $\varepsilon$

Из рисунка видно, что с увеличением дисбаланса при пропорциональном возрастании амплитуды синхронной прецессии амплитуда автоколебательной накладки, наоборот, уменьшается. Эта закономерность была зафиксирована во всех проведенных численных экспериментах.

Следует также отметить, что при реальных значениях коэффициента внутреннего трения ( $\alpha \approx 4$ ) амплитуда автоколебательной накладки имеет тот же порядок, что и амплитуда синхронной составляющей. Это обстоятельство, обнаруженное экспериментально [1], указывает на практическую актуальность исследования нелинейных колебаний роторов.

Прогнозирование амплитуд и частот автоколебательных накладок позволит на основе спектрального анализа вибраций реального ротора установить сам факт потери устойчивости. Очевидно, что при работе ротора в неустойчивой зоне даже при относительно малых суммарных уровнях вибрации существенно понижается виброненадежность и ресурс машины.

На рис.7 показана зависимость граничной по устойчивости относительной частоты вращения ротора от относительного дисбаланса. Получение этого графика требует проведения большого количества численных экспериментов, так как каждый раз при заданном дисбалансе требуется найти точку перехода от моногармонического колебательного процесса к полигармоническому, в котором появляется автоколебательная накладка. Из графика рис.7 следует, что с увеличением дисбаланса граничная по устойчивости частота вращения ротора возрастает.

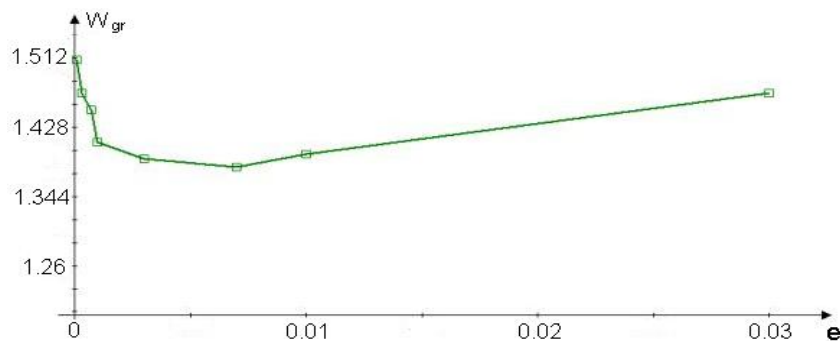


Рисунок 7 – Зависимость граничной скорости от эксцентриситета

Проведенные исследования показали, что потеря устойчивости в роторах турбокомпрессоров зачастую не приводит к увеличению вибраций выше нормы. Поэтому при диагностике вибрационного состояния ротора желателен тщательный спектральный анализ для обнаружения самого факта потери устойчивости.

## SUMMARY

### ABOUT INFLUENCE OF THE INTERNAL FRICTION ON THE DYNAMICS OF THE HORIZONTAL ROTOR

V.G. Gadyaka, D.V. Leykih\*, V.I. Simonovskiy\*

JSC Sumy Frunze NPO

\*Sumy State University

Agency of an interior friction on dynamics of curls of turbo-compressors is in-process explored. Associations of amplitudes of synchronous and nonsynchronous making oscillations called by agency of an interior dry friction are gained. Also it is shown, that in unstablis field of twirl, the self-oscillatory strap, under some requirements can have rather small amplitude and a total level of vibration of a curl is in permissible limits.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гадяка В.Г. Експериментальне дослідження різних типів підшипників на динаміку гнучкого ротора // Вісник СНАУ.- 2007. - №1(16) – С.82-86.
2. Гадяка В.Г., Симоновський В.И. О влиянии демпфирующих факторов на динамику роторов турбокомпрессоров // Тезисы Третьей международной научно-технической конференции «Проблемы динамики и прочности в газотурбостроении» (ГТД - 2007), г.Киев, Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко. 2007. – С.47-48.
3. Дименберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд. АН СССР, 1959. – 247с.
4. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов.- М.: Энергия, 1971. – 386с.

**Гадяка В.Г.**, ст. научный сотрудник,  
ОАО СНПО им. М.В. Фрунзе, г. Сумы;

**Лейких Д.В.**, аспирант, СумГУ, г. Сумы;

**Симоновский В.И.**, д-р техн. наук, профессор,  
СумГУ, г. Сумы

*Поступила в редакцию 19 сентября 2008 г.*