

## УГЛОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГООПЕРТОГО КОЛЬЦА УРАВНОВЕШИВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА С УЧЕТОМ МЕСТНЫХ ПОТЕРЬ

**Н. В. Зуева, асп.; Каринцев И.Б., канд.техн. наук, проф.**  
Сумский государственный университет

В современных высоконапорных многоступенчатых центробежных насосах для разгрузки ротора от осевых сил используют специальные автоматические устройства - гидропятяты (рис.1). Гидропятяты является наиболее эффективной системой уравнивания, т.к. выполняет следующие функции: упорного подшипника с автоматическим регулированием несущей способности, способного работать в широком диапазоне изменения осевой силы, и концевое уплотнения, на котором дросселируется почти полный напор насоса.

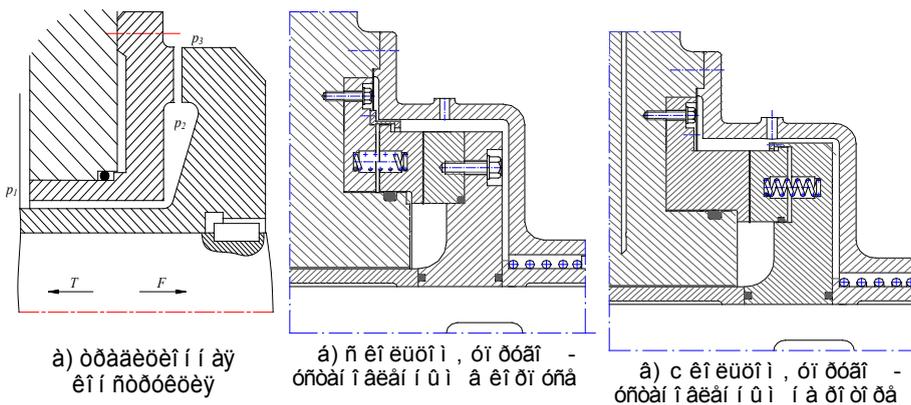


Рисунок 1 - Схема автоматического уравнивающего устройства

Погрешности при изготовлении и сборке гидропятяты приводят к неплоскостности рабочих поверхностей. При монтаже насоса разгрузочный диск гидропятяты и неподвижная подушка устанавливаются с некоторым перекосом по отношению к оси вращения вала, что увеличивает средний торцовый зазор, и сопротивление торцового дросселя уменьшается. Силовые деформации диска гидропятяты вызывают диффузную форму торцового дросселя, в результате снижается гидростатическая сила, а следовательно, уменьшается торцовый зазор гидропятяты, и при этом возможен контактный режим работы. Таким образом, начальный перекоп и деформации вращающегося и невращающегося диска существенно влияют на работу уравнивающего устройства. Поэтому при проектировании гидропятяты особое внимание уделяется обеспечению плоскостности торцового зазора.

Этого пытаются достичь в новых конструкциях гидропятяты с подвижным вкладышем, упругоуправляемым в корпусе (рис.1б) либо на вращающемся диске гидропятяты (рис.1в). В результате подвижное кольцо отслеживает начальный перекоп гидропятяты и способствует поддержанию плоского торцового зазора. При этом величина среднего торцового зазора гидропятяты уменьшается, что ведет к уменьшению расхода жидкости через гидропятяты и увеличению КПД насоса [2].

Инженерный расчет гидропятяты как системы автоматического регулирования включает в себя статический и динамический расчет. Для традиционной конструкции методика расчета подробно рассмотрена в работе [1]. Для новых конструкций (рис. 1б,в), учитывая что жесткость упругого элемента намного меньше по сравнению с жесткостью диска гидропятяты, особое внимание необходимо уделить динамике подвижного упругоопертого кольца. Для оценки динамических характеристик подвижного элемента, прежде всего необходимо рассмотреть статическую характеристику гидропятяты в целом.

Искомая зависимость определяется из условия осевого равновесия разгрузочного диска гидропятяты

$$T = F, \quad (1)$$

где  $T$  - осевая уравниваемая сила;  $F = p_2 S_2 + F_c - p_3 (S_c + S_3)$  - результирующая осевая сила давления, действующая на разгрузочный диск, которая состоит из силы давления в камере гидропятяты ( $p_2 S_2$ ) и силы давления в торцовом зазоре с учетом деформации диска ( $\beta$  - угол конусности торцового дросселя):

$$F_c = S_c \left[ \frac{p_2 + p_3}{2} - \frac{p_2 - p_3}{2} \left( \frac{(3-n)\Lambda + 3\bar{\beta}}{3} \frac{\zeta_{2m}}{\zeta_m} + \frac{\zeta_{im} + \zeta_{om}}{\zeta_m} \right) \right], \quad (2)$$

где  $\Lambda = b / 2r_m$ ,  $\bar{\beta} = b\beta / 2r_m$  - относительная конусность;  $\zeta_m = \zeta_{im} + \zeta_{2m} - \zeta_{om}$  - коэффициент полных потерь на торцовом дросселе;  $\zeta_{im}$  и  $\zeta_{om}$  - коэффициенты местных потерь на входе и выходе торцового дросселя;  $\zeta_{2m} = \lambda b / (2h_m)$  - коэффициент потерь по длине торцового дросселя;  $\lambda = C / Re^n$  - коэффициент сопротивления трения;  $n$  и  $C$  - постоянные величины, определяемые режимом течения в торцовом дросселе (ламинарный  $n = 1$ ,  $C = 96$ , турбулентный  $n = 0,24$ ,  $C = 0,307$ , автомодельная область турбулентного течения  $n = 0$ ,  $C = 0,06$ ).

Зависимость давления в камере разгрузки  $p_2$  от величины торцового зазора находится из баланса расходов жидкости через цилиндрический  $Q_1$  и торцовый  $Q_2$  дроссели

$$Q_1 = Q_2, \quad (3)$$

которые можно представить как

$$Q_1 = g_1 \sqrt{p_1 - p_2}, \quad Q_2 = g_2 \sqrt{p_2 - p_3},$$

где  $g_1 = 2\pi r_1 h_1 \sqrt{2l \rho \zeta_{\omega}}$  и  $g_2 = 2\pi r_m h_m \sqrt{2l \rho \zeta_m}$  - проводимости цилиндрического и торцового дросселя соответственно;  $\zeta_{\omega} = \zeta_{i\omega} + \zeta_{2\omega} - \zeta_{o\omega}$  - коэффициент полных потерь на цилиндрическом дросселе;  $\zeta_{i\omega}$  и  $\zeta_{o\omega}$  - коэффициенты местных потерь на входе и выходе цилиндрического дросселя;  $\zeta_{2\omega} = \lambda l_1 / (2h_1)$  - коэффициент потерь по длине цилиндрического дросселя.

Проводимость цилиндрического дросселя  $g_1$  зависит от величины радиального зазора и длины щели, которые во время работы не изменяются. Проводимость торцового дросселя  $g_2$  зависит от величины торцового зазора гидропаты и обуславливает зависимость давления в камере разгрузки  $p_2$  от величины торцового зазора. Из уравнений (1) и (3) получим зависимость осевой силы от величины торцового зазора

$$F = (p_2 - p_3) \left[ S_2 + \frac{S_c}{2} \left( 1 - \frac{(3-n)\lambda + 3\bar{\beta}}{3} \frac{\zeta_{2m}}{\zeta_m} - \frac{\zeta_{im} + \zeta_{om}}{\zeta_m} \right) \right], \quad (4)$$

$$p_2 = \left( p_1 + p_3 \frac{\zeta_{\omega} r_m^2 h_m^2}{\zeta_m r_1^2 h_1^2} \right) / \left( 1 + \frac{\zeta_{\omega} r_m^2 h_m^2}{\zeta_m r_1^2 h_1^2} \right)$$

где

При анализе динамики подвижного кольца исследуем угловые и осевые колебания относительно положения статического равновесия. Установившиеся значения давления и торцового зазора определяются при статическом расчете. Колебания упругоустановленного кольца описываются тремя уравнениями с учетом гидродинамических сил давления жидкости [4,6]. В общем случае осевые и угловые перемещения подвижного кольца оказывают взаимное влияние за счет перекрестных связей. При малых колебаниях угловой перекося уплотняющих поверхностей и осевые перемещения малы, и связь угловых и осевых колебаний можно пренебречь. В этом случае анализ динамики кольца уплотнения, представляющего собой систему с тремя степенями свободы, сводится к исследованию двух независимых подсистем с одной поступательной и двумя вращательными степенями свободы.

Рассмотрим угловые колебания кольца.

$$a_{11}\ddot{\theta}_x + b_{11}\dot{\theta}_x + c_{11}\bar{\theta}_x + b_{12}\dot{\theta}_y + c_{12}\bar{\theta}_y = M_{xt}, \quad (5)$$

$$a_{11}\ddot{\theta}_y + b_{11}\dot{\theta}_y + c_{11}\bar{\theta}_y - b_{12}\dot{\theta}_x - c_{12}\bar{\theta}_x = M_{yt},$$

где  $a_{11} = a_{k1} + a_{h1}$ ,  $b_{11} = b_{k1} + b_{h1}$ ,  $c_{11} = c_{k1} + c_{h1} + \left( \kappa_1' - \frac{1}{4} \right) a_{h1} \omega^2$ ,  $b_{12} = \eta a_{k1} \omega_1 + a_{h1} \omega$ ,  
 $c_{12} = b_{k1} \omega_1 + \frac{b_{h1}}{2} \omega$  - коэффициенты инерции, демпфирования и жесткости;  $a_{k1} = J \frac{h_{m0}}{r_o}$ ,

$b_{k1} = c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o}$ ,  $c_{k1} = k \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o}$  - коэффициенты, которые учитывают инерционные, демпферные и

жесткостные свойства элементов конструкции,  $a_{h1} = A_{g11}$ ,  $b_{h1} = B_{11} + B_{g11}$ ,  $c_{h1} = C_{11} + C_{g11}$  - коэффициенты, которые учитывают инерционные, демпфирующие и жесткостные свойства слоя жидкости в торцовом зазоре, полученные при решении задачи гидродинамики нестационарного турбулентного течения жидкости в торцовом дросселе [5,6],  $\omega$  - частота вращения ротора;  $\omega_1$  - частота вращения упруго-установленного кольца. Если упругий элемент установлен на роторе (рис.1в)  $\omega_1 = \omega$ , в корпусе (рис.1б) -  $\omega_1 = 0$ . Более подробно коэффициенты даны в работе [6].

Представим уравнение колебаний в комплексной форме. Перейдем к комплексным переменным  $\bar{\gamma} = \bar{\theta}_x + i\bar{\theta}_y$ . Получим

$$a_{11} \bar{\gamma}'' + (b_{11} - ib_{12}) \bar{\gamma}' + (c_{11} - ic_{12}) \bar{\gamma} = M_t \quad (6)$$

Рассмотрим колебания подвижного кольца, установленного на вращающемся диске гидроплаты (рис.1в), обусловленные его начальным перекосом. Уравнение угловых колебаний такой системы

$$a_{11} \bar{\gamma}'' + b_{11} \bar{\gamma}' + c_{11} \bar{\gamma} - ib_{12} \bar{\gamma}' - ic_{12} \bar{\gamma} = (c_{11} - ic_{12}) \bar{\gamma} e^{i\omega t} \quad (7)$$

Подставляя решение  $\bar{\gamma}_a = \bar{\gamma}_{a0} e^{i(\omega_1 t + \varphi_{1a})}$  в уравнение колебаний (7), получим

$$\left[ (-a_{11} \omega_1^2 + c_{11} + b_{12} \omega_1) + i(b_{11} \omega_1 - c_{12}) \right] \bar{\gamma}_{1a0} e^{i(\omega_1 t + \varphi_{1a})} = (c_{11} - ic_{12}) \bar{\gamma}_{1i} e^{i\omega t}$$

Из уравнения (8) найдем передаточную функцию

$$W(i\omega) = \frac{\bar{\gamma}_{a0}}{\bar{\gamma}_i} e^{i\varphi_a} = A_a(\omega) e^{i\varphi_a(\omega)} = \frac{(c_{11} - ic_{12})}{(-a_{11} \omega^2 + c_{11} + b_{12} \omega) + i(b_{11} \omega - c_{12})}$$

Тогда амплитуда и фазовый угол колебаний, вызванных перекосом кольца

$$A_a(\omega) = \sqrt{\frac{c_{11}^2 + c_{12}^2}{(-a_{11} \omega^2 + c_{11} + b_{12} \omega)^2 + (b_{11} \omega - c_{12})^2}} \quad (8)$$

$$\varphi_a(\omega) = -\arctg \frac{c_{11}(b_{11} \omega - c_{12}) + c_{12}(-a_{11} \omega^2 + c_{11} + b_{12} \omega)}{c_{11}(-a_{11} \omega^2 + c_{11} + b_{12} \omega) - c_{12}(b_{11} \omega - c_{12})} \quad (9)$$

Рассмотрим колебания подвижного кольца, установленного в корпусе (рис.1б), обусловленные постоянным перекосом торцовой поверхности вращающегося диска гидроплаты. Со стороны пленки жидкости в торцовом зазоре действуют гидродинамические силы и моменты давления, которые обуславливают взаимную связь жестких элементов, образующих торцовый дроссель. Уравнение угловых колебаний такой системы в комплексной форме

$$a_{11} \bar{\gamma}'' + b_{11} \bar{\gamma}' + c_{11} \bar{\gamma} - ib_{12} \bar{\gamma}' - ic_{12} \bar{\gamma} = (\chi_{11} - i\chi_{12}) \bar{\gamma} e^{i\omega t} \quad (10)$$

где  $\chi_{11} = c_{h1} + \left( \kappa_1' - \frac{1}{4} \right) a_{h1} \omega^2$ ,  $\chi_{12} = \frac{b_{h1}}{2} \omega$  - коэффициенты связи кольца и вращающегося диска.

Решение данного уравнения можно представить как  $\bar{\gamma}_a = \bar{\gamma}_{a0} e^{i(\omega t + \varphi_a)}$ . Подставляя решение в уравнение (10), получим

$$\left[ (-a_{11}\omega^2 + c_{11} + b_{12}\omega) + i(b_{11}\omega - c_{12}) \right] \bar{\gamma}_{a0} e^{i(\omega t + \varphi_a)} = (\chi_{11} - i\chi_{12}) \bar{\gamma}_d e^{i\omega t}$$

Из последнего уравнения найдем передаточную функцию

$$W(i\omega) = \frac{\bar{\gamma}_{1a0}}{\bar{\gamma}_{2i}} e^{i\varphi_{1a}} = A_{1a}(\omega) e^{i\varphi_{1a}(\omega)} = \frac{\chi_{11} - i\chi_{12}}{(-a_{11}\omega^2 + c_{11} + b_{12}\omega) + i(b_{11}\omega - c_{12})}$$

Тогда амплитуда и фазовый угол колебаний упругоустановленного в корпусе кольца, вызванных перекосом вращающегося диска гидропаты:

$$A_a(\omega) = \sqrt{\frac{\chi_{11}^2 + \chi_{12}^2}{(-a_{11}\omega^2 + c_{11} + b_{12}\omega)^2 + (b_{11}\omega - c_{12})^2}} \quad (11)$$

$$\varphi_a(\omega) = -\arctg \frac{\chi_{11}(b_{11}\omega + c_{12}) + \chi_{12}(-a_{11}\omega^2 + c_{11} + b_{12}\omega)}{\chi_{11}(-a_{11}\omega^2 + c_{11} + b_{12}\omega) - \chi_{12}(b_{11}\omega - c_{12})} \quad (12)$$

Для анализа устойчивости угловых колебаний аксиально-подвижного кольца уплотнения рассмотрим уравнения угловых свободных колебаний кольца

$$a_{11}\ddot{\bar{\theta}}_x + b_{11}\dot{\bar{\theta}}_x + c_{11}\bar{\theta}_x + b_{12}\dot{\bar{\theta}}_y + c_{12}\bar{\theta}_y = 0$$

$$a_{11}\ddot{\bar{\theta}}_y + b_{11}\dot{\bar{\theta}}_y + c_{11}\bar{\theta}_y - b_{12}\dot{\bar{\theta}}_x - c_{12}\bar{\theta}_x = 0$$

Примем решение в виде  $\bar{\theta}_x = \bar{\theta}_{x0} e^{\lambda t}$ ,  $\bar{\theta}_y = \bar{\theta}_{y0} e^{\lambda t}$  ( $\lambda$  - характеристический показатель). Условием существования нетривиальных решений, т.е. отличных от нуля амплитуд, является равенство нулю определителя системы

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda^2 + b_{11}\lambda + c_{11} & b_{12}\lambda + c_{12} \\ -b_{12}\lambda - c_{12} & a_{11}\lambda^2 + b_{11}\lambda + c_{11} \end{vmatrix} = 0$$

Раскрыв определитель и сгруппировав члены по  $\lambda$ , получим характеристическое уравнение

$$C_0\lambda^4 + C_1\lambda^3 + C_2\lambda^2 + C_3\lambda + C_4 = 0$$

где коэффициенты  $C_0 = a_{11}^2$ ,  $C_1 = 2a_{11}b_{11}$ ,  $C_2 = 2a_{11}c_{11} + b_{11}^2 + b_{12}^2$ ,  $C_3 = 2(b_{11}c_{11} + b_{12}c_{12})$ ,  $C_4 = c_{11}^2 + c_{12}^2$ . Условие устойчивости, используя критерий Гурвица, сводится к требованиям

$$C_i > 0, \quad C_1C_2C_3 - C_0C_3^2 - C_1^2C_4 > 0 \quad (13)$$

Из последнего неравенства следует, что система устойчива, если выполняется условие  $\omega^2 > \omega_{kr}^2$  - при положительном знаменателе выражения  $\omega_{kr}^2$ , где для кольца упругоустановленного на диске гидропаты

$$(14)$$

$$\omega_{kr}^2 = \frac{\left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + B_{11} \right)^2 \left( k \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + C_{11} \right)}{J \frac{h_{m0}}{r_o} \left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + \frac{B_{11}}{2} \right)^2 - J_0 \frac{h_{m0}}{r_o} \left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + B_{11} \right) \left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + \frac{B_{11}}{2} \right)},$$

для кольца, упругоустановленного в корпусе:

$$\omega_{kr}^2 = \frac{\left[ \left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + B_{11} + B_{g11} \right)^2 \left( k \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + C_{11} - \rho_{kr} \left( \frac{\rho_o - \rho_i}{k_r \mu} \right)^2 \frac{2\pi r_m b h_{m0}^4}{3r_o} \right) \right]}{\left[ \left( J \frac{h_{m0}}{r_o} + A_{g11} \right) \left( \frac{B_{11} + B_{g11}}{2} \right)^2 - A_{g11} \left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + B_{11} + B_{g11} \right) \left( \frac{B_{11} + B_{g11}}{2} \right) - \left( c \frac{r_m^2}{2} \frac{h_{m0}}{r_o} + B_{11} + B_{g11} \right)^2 A_{g11} \frac{3}{\lambda} \left( \kappa_\phi (\lambda - \bar{\beta}) - \frac{\lambda}{12} \right) \right]}.$$

Рассмотрим осевые колебания кольца, описываемые уравнением

$$a_{33} \ddot{\bar{z}} + b_{33} \dot{\bar{z}} + c_{33} \bar{z} = F_t, \quad (15)$$

где  $a_{33} = a_{k3} + a_{h3}$ ,  $b_{33} = b_{k3} + b_{h3}$ ,  $c_{33} = c_{k3} + c_{h3} + \kappa_3' a_{h3} \omega^2$  - коэффициенты инерции, демпфирования и жесткости,  $a_{k3} = m h_{m0}$ ,  $b_{k3} = c h_{m0}$ ,  $c_{k3} = k h_{m0}$  - коэффициенты, которые учитывают инерционные, демпфирующие и жесткостные свойства элементов конструкции уплотнения;  $a_{h3} = A_{g33}$ ,  $b_{h3} = B_{33} + B_{g33}$ ,  $c_{h3} = C_{33} + C_{g33}'$  - коэффициенты, которые учитывают инерционные, демпфирующие и жесткостные свойства слоя жидкости в зазоре уплотнения.

Подставляя решение  $\bar{z} = \bar{z}_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$  в уравнение (15), получим амплитудную и фазовую частотные характеристики

$$A_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left( -a_{33} \omega^2 + c_{33} \right)^2 + \left( b_{33} \omega \right)^2}}, \quad (16)$$

$$\varphi_1(\omega) = -\text{arctg} \frac{b_{33} \omega}{-a_{33} \omega^2 + c_{33}}. \quad (17)$$

Для анализа устойчивости осевых колебаний аксиально-подвижного кольца уплотнения рассмотрим уравнения осевых свободных колебаний кольца

$$a_{33} \ddot{\bar{z}}_1 + b_{33} \dot{\bar{z}}_1 + c_{33} \bar{z}_1 = 0,$$

Характеристическое уравнение

$$\lambda^2 + 2n\lambda + \omega_0^2 = 0,$$

где  $2n = b_{33} / a_{33}$ ,  $\omega_0^2 = c_{33} / a_{33}$ .

Система будет устойчива при условии

$$2n = b_{33} / a_{33} > 0 \quad \text{и} \quad \omega_0^2 = c_{33} / a_{33} > 0. \quad (18)$$

Учитывая, что коэффициент  $a_{33} > 0$ , условие (18) будет следующим:

$$b_{33} = ch_{m0} + B_{33} + B_{g33} > 0, \quad c_{33} = kh_{m0} + C_{33} + C_{g33} > 0.$$

Отсюда имеем следующие границы устойчивости системы (при условии  $\beta > 0$ ):

$$\Delta p > - \frac{ch_{m0} + k_r \mu \frac{\pi r_m b^3}{6 h_{m0}^2}}{\rho \frac{2\pi r_m b h_{m0}^2}{k_r \mu} (\bar{\beta} + \kappa_r \lambda / 3)} \quad \text{и} \quad \omega^2 < - \frac{2\Lambda kh_{m0} + C_{33} + C_{g33}}{3\bar{\beta} A_{g33}}.$$

Проведен расчет характеристик при следующих параметрах:  $r_1 = 70$  мм,  $r_2 = 125,5$  мм,  $r_3 = 170$  мм,  $h_1 = 400$  мкм,  $l_1 = 210$  мм,  $p_1 = 8 \cdot 10^6$  Па,  $p_3 = 0$  Па,  $T = 3.8 \cdot 10^5$ , при этом  $h_m = 60$  мкм,  $p_2 = 7,4 \cdot 10^6$  Па. В результате расчета получены коэффициенты гидростатической жесткости смазочного слоя осевых и угловых колебаний  $C_z = 8 \cdot 10^7$  Н/м и  $C_\gamma = 5 \cdot 10^6$  Н·м/рад соответственно. Учитывая, что величины жесткостных коэффициентов довольно большие, можно сказать, что подвижное кольцо фактически полностью отслеживает движение вала. Устойчивость осевых и угловых колебаний для данного примера выполняется.

В данной работе не учитывалось изменение давления в камере гидропаты. При осевых колебаниях ротора течение в дросселирующих каналах становится нестационарным, и задача вычисления давления  $p_2$  усложняется. Для более полного анализа динамики конструкции гидропаты с упругим элементом необходимо решать сложную задачу колебаний подвижного кольца с учетом осевых колебаний ротора.

## SUMMARY

*Two constructions with mounted in the housing and on the rotating disk rings were studied. Angular oscillations of flexible mounted ring of balancing device are investigated. Amplitude-frequency characteristics expressions are obtained.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марцинковский В.А., Ворона П.Н. Насосы атомных электростанций. - М.:Энергоатомиздат, 1987. - 256 с.
2. Andrzej Korczak "Badania ukladow rownowazacych napor osiowy w wielostopniowych pompach odsrodkowych". Wyd. Politechniki Slaskiej, Gliwice, 2005. - 161 p.
3. Jedral W. Influence of instability of turbulent liquid flow through an axial clearance with oscillating disc on pressure distribution and damping force // Archiwum budowy maszyn. - 1988. - Т. XXXV, № 1-2. - С. 69-79.
4. Kundera Cz. Aktywne uszczelnianie drgajacych tlementow wirzacych. - Kielce: Wydawnictwo Politechniki Hwiortorzyskiej. -1999. - 115 s.
5. Зуева Н. Силіві характеристики торцевих дроселів // Машинознавство. - 2002. - № 8. - С.35-37.
6. Зуева Н.В. Гидродинамика торцовых дросселей с учетом инерции жидкости // Вестник СумГУ. - 2003. - № 3. - С.44-50.

*Поступила в редакцию 25 октября 2005 г.*