УДК 532.5

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТОРЦОВОМ ЗАЗОРЕ С КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ СТЕНКОЙ

Павленко И.В.

Введение.

В современных центробежных машинах широкое распространение имеют торцовые каналы, являющиеся атрибутом уплотнительных и разгрузочных устройств. Поэтому актуальной является проблема расчёта гидродинамики торцовых дросселей, разрешению которой в последнее время уделено достаточное внимание со стороны многих исследователей. Так в работе [1] получены выражения для гидродинамических сил и моментов в торцовом канале с учётом локальной силы инерции. В работе [2] изучены колебания пластин в потоке как проблемная задача для гидродинамики торцовых дросселей. Имеет смысл рассмотрение более общей задачи движения жидкости в канале с произвольно деформируемой стенкой в континуальной постановке, результаты решения которой открывают широкую область для исследования нестационарной гидроупругости дисков в потоке жидкости.

Гидродинамика торцового дросселя.

Рассмотрим турбулентное движение несжимаемой жидкости в осесимметричном торцовом канале с абсолютно жёсткой стенкой 1 и деформируемой стенкой 2 (рис. 1). Течение жидкости обусловлено перепадом давлений на входе p_1 и выходе p_2. В случае малых зазоров ($h_{max} << r_{min}$) уравнения Рейнольдса [3] вырождаются в уравнение вида:

$$c\left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\,\frac{\partial V_r}{\partial r}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \text{м}\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - c\,\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{V_r' V_z'}\right), \qquad (1)$$

где V_r – скорость потока в радиальном направлении;
ρ, μ – плотность и динамическая вязкость жидкости.

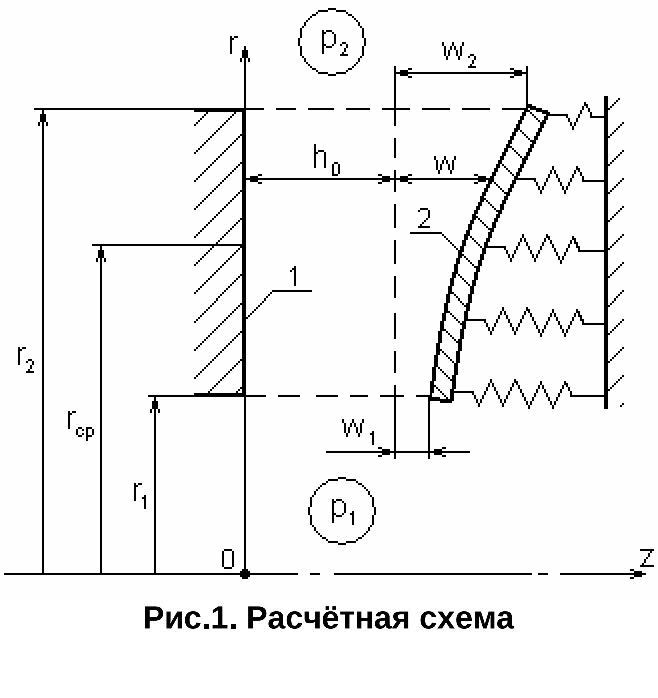

Рис.1. Расчётная схема

Выразим силы вязкого и кажущегося турбулентного трения через средний скоростной напор:

$$м\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - с\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{V_r^{/} V_z^{/}}\right) = т\frac{с\overline{V}_r^2}{2}, \tag{2}$$

где $\overline{V}_r$ – осреднённая по зазору скорость;

ς – коэффициент сопротивления:

$$т = \frac{л}{2h}, \tag{3}$$

где h – торцовый зазор;

λ – коэффициент сопротивления трения, определяемый по формуле [3]:

$$л = \frac{C}{Re^n}. \tag{4}$$

Здесь C, n – коэффициенты, учитывающие режим течения жидкости.

С учётом выражений (2) – (4) уравнение (1) принимает вид:

$$с\left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}\right) + \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{Лмq}{rh^3}, \tag{5}$$

где Λ – постоянный множитель;

Re – число Рейнольдса.

Дополним уравнение движения уравнением неразрывности:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \tag{6}$$

где V_z – осевая составляющая скорости потока.

Усредняя последнее уравнение по зазору

$$\frac{1}{h}\int_0^h\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z}\right]dz = 0 \tag{7}$$

с применением правила Лейбница и учётом граничных условий

$$\begin{cases} V_z\big|_{z=0} = 0; \\ V_z\big|_{z=h} = \dfrac{\partial h}{\partial t}; \\ V_r\big|_{z=0;h} = 0; \end{cases} \tag{8}$$

получим:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = -r\frac{\partial h}{\partial t}, \tag{9}$$

где q – расход жидкости через единичный сектор:

$$q = \int_0^h rV_r dz. \tag{10}$$

Выразим расход из уравнения (5):

$$q = -\frac{rh^3}{Лм}\left(g + сV_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r}\right), \tag{11}$$

где g – осреднённая локальная сила инерции:

$$g = \frac{1}{h}\int_0^h с\frac{\partial V_r}{\partial t}dz = \frac{с\dot{q}}{h}. \tag{12}$$

Уравнение (9) с учётом выражения (11) принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{rh^3}{Лм}\left(g + сV_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r}\right)\right] = r\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{13}$$

Интегрируя по радиусу, получим:

$$\frac{rh^3}{\text{Лм}}\left(g + cV_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \int_{r_1}^{r} r\frac{\partial h}{\partial t}dr + C_1. \qquad (14)$$

Представляя выражение для торцового зазора в виде суммы «нулевого» зазора h_0 и деформации w(r,t)

$$h = h_0 + w, \qquad (15)$$

уравнение (14) приобретает вид:

$$\frac{rh^3}{\text{Лм}}\left(g + cV_r\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \int_{r_1}^{r} r\dot{w}dr + C_1. \qquad (16)$$

Выразим градиент давления:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\text{Лмб}(r,t)}{rh^3} + \frac{\text{Лм}C_1}{rh^3} - cV_r\frac{\partial V_r}{\partial r} - g. \qquad (17)$$

Интегрируя по радиусу, получим:

$$p = \text{Лм}\int_{r_1}^{r}\frac{\text{б}(r,t)}{rh^3}dr + \text{Лм}C_1\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{rh^3} - \int_{r_1}^{r}cV_r\frac{\partial V_r}{\partial r}dr - \int_{r_1}^{r}gdr + C_2. \qquad (18)$$

Определяя константы интегрирования из условий

$$\begin{cases} p\big|_{r=r_1} = p_1; \\ p\big|_{r=r_2} = p_2; \end{cases} \qquad (19)$$

представим функцию распределения давления в торцовой щели в виде суммы четырёх компонент:

$$p = p_s + p_w + p_c + p_g, \qquad (20)$$

где p_s – гидростатическое давление, обусловленное перепадом $\Delta p = p_1 - p_2$:

$$p_s = p_1 - \frac{\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{rh^3}}{\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{rh^3}}\text{Д}p; \qquad (21)$$

p_w – гидродинамическое давление, обусловленное потоком вытеснения при движении стенки:

$$p_w = \text{Лм}\left[\int_{r_1}^{r}\frac{\text{б}(r,t)}{rh^3}dr - \frac{p_1 - p_s}{\text{Д}p}\int_{r_1}^{r_2}\frac{\text{б}(r,t)}{rh^3}dr\right]; \qquad (22)$$

p_c – давление, обусловленное потоком, вызванным конвективной силой инерции:

$$p_c = \frac{p_1 - p_s}{\text{Д}p}\int_{r_1}^{r_2}cV_r\frac{\partial V_r}{\partial r}dr - \int_{r_1}^{r}cV_r\frac{\partial V_r}{\partial r}dr; \qquad (23)$$

p_g – давление, обусловленное потоком, вызванным локальной силой инерции:

$$p_g = \frac{p_1 - p_s}{\text{Д}p}\int_{r_1}^{r_2}gdr - \int_{r_1}^{r}gdr. \qquad (24)$$

Здесь α – функция, определяемая по формуле:

$$\text{б} = \int_{r_1}^{r} r\dot{w}dr. \qquad (25)$$

Следует отметить, что при $r = r_{1,2}$ выражения для p_w, p_c, p_g равны нулю, а составляющая p_s соответствует ранее полученному в работе [4].

Для определения локальной силы инерции в выражении (24) воспользуемся уравнением (9), которое с учётом условия (15) интегрируется к следующему виду:

$$q = C - б(r,t), \tag{26}$$

где C – константа интегрирования, определяемая по среднему расходу по длине торцовой щели:

$$\bar{q} = \frac{1}{r_2 - r_1}\int_{r_1}^{r_2} q dr. \tag{27}$$

В итоге получим:

$$q = \bar{q} + Дб, \tag{28}$$

где Δα – отклонение функции α от своего среднего значения:

$$Дб = б - \frac{1}{r_2 - r_1}\int_{r_1}^{r_2} б dr. \tag{29}$$

Дифференцируя выражение (28) по времени, после линеаризации правой части формулы (12) в окрестности значений $h = h_0$ получим:

$$g = \frac{c\left(\dot{\bar{q}} + Д\dot{б}\right)}{h_0}\left(1 - \frac{w}{h_0}\right). \tag{30}$$

Для определения составляющей давления p_c воспользуемся осреднённым значением квадрата скорости:

$$\overline{V_r^2} = \left(к\overline{V}_r\right)^2, \tag{31}$$

где к – коэффициент корреляции.

Тогда получим:

$$\int_{r_1}^{r} cV_r \frac{\partial V_r}{\partial r} dr = \frac{1}{2}cV_r^2 - \frac{1}{2}cV_r^2\Big|_{r=r_1} = \frac{1}{2}кc\left(\frac{q^2}{r^2h^2} - \frac{q^2}{r^2h^2}\Big|_{r=r_1}\right). \tag{32}$$

Определение составляющих полного давления.

Поскольку аналитическое вычисление интегралов в выражениях (21) – (24) в общем случае не представляется возможным, то воспользуемся численными методами на базе программного пакета MathCAD. Рассматривая колебания стенки по моногармоническому закону

$$h(r,t) = h_0 + w_1 + \frac{w_2 - w_1}{r_2 - r_1}(r - r_1)\sin щt, \tag{33}$$

можно составить следующие упрощённые (с применением метода линеаризации) выражения для четырёх компонент давления (рис. 2):

$$p_s = p_1 - \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}Дp - k_s w; \tag{34}$$

$$p_w = -k_w \dot{w}; \tag{35}$$

$$p_c = k_c \dot{w}^2; \tag{36}$$

$$p_g = k_g \ddot{w}; \tag{37}$$

где k_s, k_w, k_c, k_g – функции, определяемые параметрами системы (геометрия, давления p_1 и p_2, физические свойства жидкости), обращающиеся в нуль в точках $r = r_{1,2}$.

Функции $k_{s,w,c,g}$ можно представить в следующем виде:

$$k(r) = \frac{4k_{max}}{(r_2 - r_1)^2}(r - r_1)(r_2 - r). \tag{38}$$

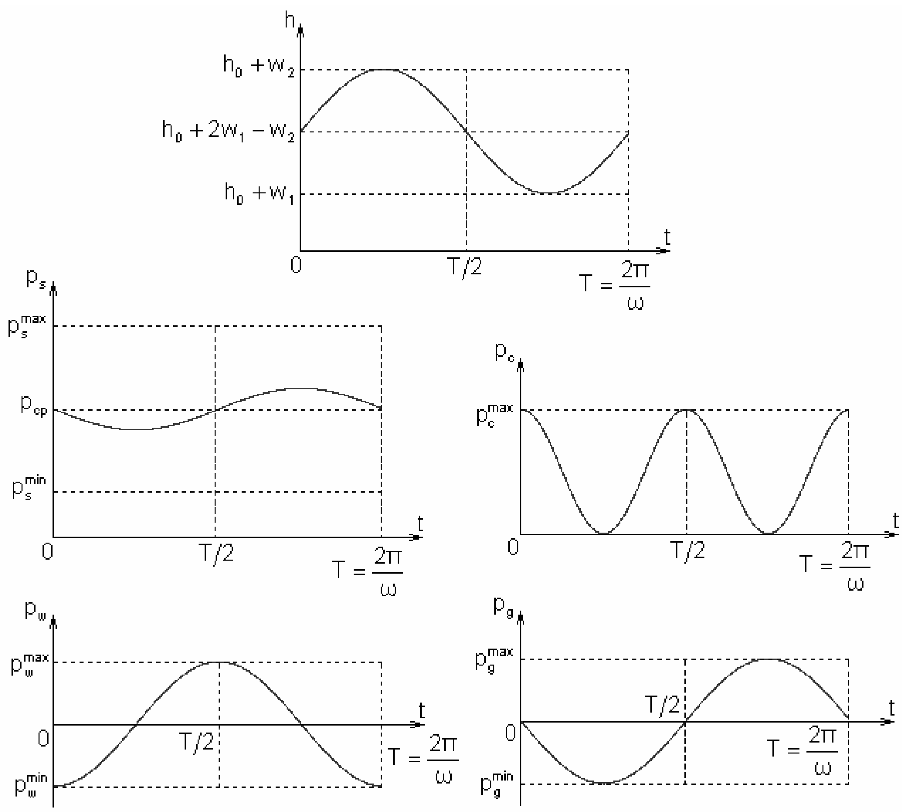

Рис. 2. Графики колебаний упругой стенки и компонент давления (при $r = r_{cp}$)

Появление колебаний составляющей p_c с частотой, вдвое больше частоты колебаний упругой стенки, объясняется нелинейностью уравнения Рейнольдса (1).

Таким образом, распределение давления в торцовом дросселе с колеблющейся стенкой принимает вид:

$$p = p_1 - \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}\Delta p - k_s w - k_w \dot{w} + k_c \dot{w}^2 + k_g \ddot{w}. \qquad (39)$$

ВИСНОВКИ

В результаті розв’язання нестаціонарної задачі руху рідини в торцевому дроселі отримані вирази для розподілу тиску по радіусу, витрат рідини з урахуванням локальних і конвективних сил інерції, а також потоку витіснення, обумовленого коливаннями стінки. Виявлена високочастотна складова тиску як результат нелінійності гідромеханічної системи. Отримані результати свідчать про зниження тиску в торцевому каналі.

РЕЗЮМЕ

В результате решения нестационарной задачи течения жидкости в торцовом дросселе получены выражения для распределения давления по радиусу, расхода жидкости с учётом локальных и конвективных сил инерции, а также потока вытеснения, вызванного колебаниями стенки. Выявлена высокочастотная компонента давления, обусловлена нелинейностью гидромеханической системы. Полученные результаты свидетельствуют о понижении давления в торцовой щели.

SUMMARY

As a result of nonstationary current of liquid in axial throttle problem solving expressions of pressure sharing and consuption with account of local and convective inertia forces and displacing flow (caused by fluctuated of the wall) are received. Superfrequency component of the pressure is revealed. Results are explained of hydro-mechanical system nonlinearity and indicative the pressure reduction in axial clearance.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зуева Н.В. Гидродинамика торцовых дросселей с учётом инерции жидкости// Вісник Сумського державного університету.– №3 (49).– Суми: вид-во СумДУ, 2003.– С. 44 – 50.

2. Иглсон П.С. Природа самовозбуждения колебаний плоских пластинок в потоке// Теоретические основы инженерных отчётов.– Труды американского общества инженеров-механиков.– №3.– М.: Мир, 1964.– С. 206 – 215.

3. Марцинковский В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика.– Сумы, изд-во СумГУ, 2005.– 416 с.

4. Павленко И.В. Решение задачи гидроупругости диска гидравлической пяты// Вісник Сумського національного аграрного університету.– Суми: СНАУ, 2005.– С. 141 – 145.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТОРЦОВОМ ЗАЗОРЕ С КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ СТЕНКОЙ

Павленко И.В., аспирант,
Сумский государственный университет,
кафедра «Общей механики и динамики машин»,
40007, г. Сумы, ул. Р.-Корсакова, 2,
тел.: (0542) 39-63-89;
e-mail: marts@omdm.sumdu.edu.ua

НЕСТАЦІОНАРНИЙ РУХ РІДИНИ В ТОРЦЕВОМУ ЗАЗОРІ З РУХЛИВОЮ СТІНКОЮ

Павленко І.В., аспірант,
Сумський державний університет

NONSTATIONARY MOTION OF LIQUID IN AXIAL CLEARANCE WITH FLUCTUATING WALL

Pavlenko I.V., postgraduate,
Sumy State University