

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОЦЕНИВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ
КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОДШИПНИКОВ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ ПРИ
БАЛАНСИРОВКЕ РОТОРОВ НА ВАКУУМНОМ
РАЗГОННО-БАЛАНСИРОВОЧНОМ СТЕНДЕ**

В.Г. Гадяка¹, В.И. Симоновский²

Разработана методика нелинейного оценивания коэффициентов жесткости и сопротивления сегментных подшипников турбокомпрессоров, использующая экспериментальные данные, полученные в процессе балансировки роторов. С помощью численных экспериментов исследована сходимость итерационного процесса для различного сочетания оцениваемых параметров. Получены значения жесткости и сопротивления подшипников на некоторых частотах вращения для ротора массой 600 кг и диаметром опорных шеек 120 мм.

При расчетах собственных и вынужденных колебаний валопроводов турбокомпрессорных агрегатов вопрос адекватности расчетной модели реальному объекту всегда остается актуальным. Используя численные методы исследования (метод конечных элементов (МКЭ) или метод начальных параметров), можно довольно точно смоделировать упругомассовые характеристики роторов и соединительных муфт. Основными трудно оцениваемыми параметрами, необходимыми для расчетов, остаются коэффициенты жесткости и сопротивления сегментных подшипников [1].

У большинства турбокомпрессоров ротор гибкий, работающий, как правило, между первой и второй критическими частотами. Учитывая широкий диапазон рабочих частот вращения роторов компрессоров (0,7 – 1,05 от номинальной частоты вращения), при оценке отстройки критических частот жесткость подшипников необходимо определять как можно точнее. От коэффициентов демпфирования самого ротора и подшипников зависят амплитуды динамических прогибов ротора при прохождении критических частот.

Необходимо также отметить, что при проведении динамических расчетов роторов в соответствии с международным стандартом API 617 требуется расчет вынужденных колебаний ротора с приложенными к нему остаточными дисбалансами и построение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) виброперемещений ротора в месте установки опорных датчиков в диапазоне частот вращения от нуля до максимальной частоты вращения. На основании анализа АЧХ в районе критических частот определяется коэффициент усиления, который в основном зависит от демпфирования в системе. Только при известном коэффициенте усиления делается вывод о достаточности отстройки критических частот валопровода от рабочих частот вращения. Результаты расчетов необходимо подтвердить при натурных испытаниях компрессора и на их основании показать правильность задания динамических коэффициентов подшипников.

Эти коэффициенты зависят от многих параметров, в том числе от массы ротора, частоты вращения, диаметра опорных шеек вала ротора, типа подшипника и его диаметрального зазора [2]. Для выпускаемых агрегатов масса ротора составляет от 200 до 2000 кг, диапазон частот вращения от 4000 до 17000 об/мин, а диаметр подшипника от 70 до 160 мм. Поэтому динамические коэффициенты необходимо определять

¹ Ст. науч. сотрудник, Сумський державний університет.

² Д-р техн. наук, професор, Сумський державний університет.

для каждого типа роторов. В литературе приводятся методы расчета значений динамических коэффициентов, но значения эти в разных источниках отличаются на несколько порядков между собой и от оцененных экспериментально [1].

Для определения динамических коэффициентов можно использовать методы идентификации [1,3]. При этом экспериментальные данные для оценивания можно получить, используя массив информации, естественно получаемой в процессе балансировки роторов на разгонно-балансировочных стендах (РБС). Методика балансировки роторов на РБС предполагает определение динамических коэффициентов влияния (ДКВ) от пробных грузов, приложенных в плоскостях коррекции, на вибрационное состояние опор при нескольких частотах вращения [4]. По результатам пробных пусков строится матрица ДКВ и определяется уравновешивающая система грузов. Балансировка на стенде проводится в собственных подшипниках. ДКВ зависят от упруго-массовых характеристик ротора и жесткости опор РБС, значение которых известно, а также от подлежащих определению динамических характеристик подшипников. Самый удобный способ их определения - применение методов идентификации. Основным блоком программы нелинейного оценивания будет вычисление ДКВ от дисбалансов, приложенных в плоскостях коррекции (прямая задача).

Комплексные ДКВ можно получить в результате расчета вынужденных изгибных колебаний системы ротор-опоры. Такая задача решается с помощью МКЭ в форме перемещений. Используется балочный конечный элемент с двумя степенями свободы в узле. Уравнение вынужденных колебаний с учетом вязкого сопротивления в некоторых точках ротора имеет вид:

$$\left[\bar{K} - \omega^2 M \right] \bar{U} = \bar{F}, \quad \bar{K} = K + i\omega A, \quad (1)$$

где K и M – вещественные матрицы жесткости и масс системы, A - диагональная матрица с ненулевыми вещественными элементами в узлах с вязким сопротивлением; \bar{U} и \bar{F} - комплексные амплитуды перемещений и вынуждающих сил.

Опоры РБС представляют собой упруго-массовую конструкцию с демпфированием. Общий вид и расчетная схема опоры представлена на рисунке 1.

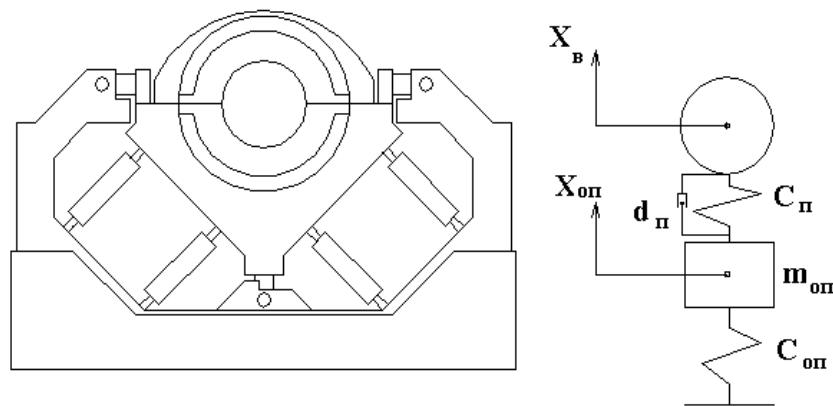


Рисунок 1 - Общий вид и расчетная схема опоры

Запишем уравнение колебаний, связывающее перемещения вала с перемещением опоры:

$$m_{op} \ddot{x}_{op} = -C_{op}x_{op} - C_{\pi}(x_{op} - x_B) - d_{\pi}(\dot{x}_{op} - \dot{x}_B), \quad (2)$$

где m_{op} , C_{op} - масса и жесткость опоры;

C_{π} , d - коэффициенты жесткости и демпфирования подшипника;

x_{op} , x_B - перемещение опоры и вала.

Задавшись

$$x_B = X_B e^{i\omega t}, \quad x_{op} = X_{op} e^{i(\omega t + \phi)}, \quad (3)$$

выражаем перемещение опоры через перемещение вала ротора:

$$X_{op} = X_B \left(\frac{C_{\pi} + i\omega d_{\pi}}{C_{\pi} + C_{op} - m_{op}\omega^2 + i\omega d_{\pi}} \right) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2. \quad (4)$$

Для перехода через узел с упруго-массовой опорой выразим перерезывающую силу опоры через перерезывающую силу вала ротора:

$$Q_{op} = Q_B - C_{\pi}(X_B - X_{op}) - i\omega d_{\pi}(X_B - X_{op}). \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5) и исключая X_{op} получаем:

$$Q_{op} = Q_B - X_B \left(C_{op} - m_{op}\omega^2 \right) \left(\frac{C_{\pi} + i\omega d_{\pi}}{C_{\pi} + C_{op} - m_{op}\omega^2 + i\omega d_{\pi}} \right). \quad (6)$$

В результате решения уравнения (1) определяем комплексный вектор деформации ротора, а в узлах, где расположены упруго-массовые опоры, используя выражение (4), находим перемещения опор РБС. Учитывая, что измерительная система на РБС настроена на определение виброскорости опор, выразим виброскорость опоры через ее перемещение:

$$\bar{V} = i\omega \bar{X} = i\omega(X_A + iX_B) = -X_B\omega + iX_A\omega, \quad (7)$$

где X_A и X_B - действительная и мнимая часть перемещения опоры.

Виброскорость опоры нелинейно зависит от вектора пяти оцениваемых параметров:

$$\theta^T = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_5\} = \{C_{\pi 1}, d_{\pi 1}, C_{\pi 2}, d_{\pi 2}, d_{pot}\}, \quad (8)$$

где $C_{\pi 1}, d_{\pi 1}, C_{\pi 2}, d_{\pi 2}$ - коэффициенты жесткости и сопротивления подшипника передней и задней опоры РБС;

d_{pot} - эквивалентное сопротивление ротора, приложенное в центре ротора.

Запишем целевую функцию, как сумму квадратов разностей проекций

экспериментальных V_a^* и расчетных $V_a(\bar{\theta})$ величин виброскорости передней и задней опор:

$$\Phi\left(\bar{\theta}\right) = \sum_{a=1}^4 \left(V_a^* - V_a\left(\bar{\theta}\right) \right)^2. \quad (9)$$

В случае, когда проведено n пробных пусков, функция цели будет включать квадраты отклонений по всем пускам:

$$\Phi\left(\bar{\theta}\right) = \sum_{a=1}^4 \sum_{\mu=1}^n \left(V_{a\mu}^* - V_{a\mu}\left(\bar{\theta}\right) \right)^2. \quad (10)$$

Для поиска экстремума функции нескольких переменных можно воспользоваться методом Гаусса или методом наискорейшего спуска [5]. Выражение для $(i+1)$ -го шага итерации по методу Гаусса имеет вид:

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \bar{N}_i^{-1} \bar{q}_i. \quad (11)$$

Шаг итерации для метода наискорейшего спуска определяется соотношением

$$\bar{\theta}_{i+1} = \bar{\theta}_i - \lambda \bar{q}_i. \quad (12)$$

В выражениях (11) и (12) обозначено:

$$q_\alpha = \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_\alpha} = -2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k e_{\mu a} \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha}, (\alpha = 1, l) - \quad (13)$$

первые частные производные целевой функции;

$$e_{\mu a} = V_{a\mu}^* - V_{a\mu}\left(\bar{\theta}\right); \quad (14)$$

$$N_{\alpha\beta} = 2 \sum_{\mu=1}^n \sum_{a=1}^k \frac{\partial V_\alpha(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\alpha} \frac{\partial V_\beta(\bar{\alpha}_\mu, \bar{\theta})}{\partial \theta_\beta} - \quad (15)$$

приближенные значения вторых частных производных;

$$\lambda = \lambda_i = \frac{\sum_{a=1}^k e_{\mu a} \left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta} \right)_i \bar{q}_i}{\sum_{a=1}^k \left[\left(\frac{\partial V_a}{\partial \theta} \right)_i \bar{q}_i \right]^2}. \quad (16)$$

Параллельное использование методов Гаусса и наискорейшего спуска требует вычисления одних и тех же значений частных производных первого порядка, а также градиента функции $\Phi(\bar{\theta})$. При этом на каждом шаге итерации выбираются такие значения определяемых величин вектора $\theta^T = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l\}$, которые дают меньшее значение целевой функции [1].

По данной методике разработаны программы расчета вынужденных колебаний роторов и валопроводов, а также нелинейного оценивания неизвестных динамических коэффициентов подшипников. В программе оценивания имеется возможность определения различного числа неизвестных от двух до пяти в любых сочетаниях. В итерационном процессе одновременно используются метод Гаусса и наискорейшего спуска.

Для проверки работоспособности программы идентификации были проведены численные эксперименты для различных типов роторов. По программе расчета вынужденных колебаний на разных частотах определялись ДКВ от дисбалансов, приложенных в плоскостях коррекции. Далее, с использованием генератора случайных чисел в программу оценивания вводились значения ДКВ с разным диапазоном погрешности. В математическом эксперименте они играют роль «экспериментальных» данных для программы идентификации. В таблицах 1 и 2 приведены результаты расчетов для гибкого ротора с шестью рабочими колесами (рис.2.)

Таблица 1

$C_{n1} = C_{n2} = 1*10^9 \text{ Н/м}$, $d_{n1} = d_{n2} = 4*10^4 \text{ кг/с}$, $\omega_1 = 3985 \text{ об/мин}$, $\omega_2 = 14985 \text{ об/мин}$					
Частота вращения, погрешность ДКВ	Оцениваемые параметры	Начальные значения	Полученный Результат	Число итераций	Погрешность, %
$\omega = 3800 \text{ об/мин}$, погрешность 0 %	C_{n1} , Н/м C_{n2} , Н/м d_{n1} , кг/с d_{n2} , кг/с d_{pom} , кг/с	$5.0*10^7$ $6.0*10^7$ $4.0*10^5$ $6.0*10^5$ $1.0*10^1$	$9.9999*10^8$ $9.9999*10^8$ $4.0153*10^4$ $3.9983*10^4$ $2.0000*10^4$	13	-
$\omega = 3800 \text{ об/мин}$, погрешность $\pm 10 \%$	C_{n1} , Н/м C_{n2} , Н/м d_{n1} , кг/с d_{n2} , кг/с d_{pom} , кг/с	$1.0*10^8$ $2.0*10^8$ $4.0*10^5$ $6.0*10^5$ $1.0*10^2$	$1.1181*10^9$ $1.1257*10^9$ $6.2113*10^4$ $7.6435*10^4$ $2.1224*10^4$	9	11.8 12.6 55.3 66.4 6.1
$\omega = 8200 \text{ об/мин}$, погрешность 0 %	C_{n1} , Н/м C_{n2} , Н/м d_{n1} , кг/с d_{n2} , кг/с d_{pom} , кг/с	$1.0*10^8$ $1.0*10^8$ $4.0*10^6$ $6.0*10^6$ $1.0*10^5$	$9.9982*10^8$ $1.0000*10^9$ $3.9999*10^4$ $3.9999*10^4$ $1.9999*10^4$	18	-
$\omega = 8200 \text{ об/мин}$, погрешность $\pm 5 \%$	C_{n1} , Н/м C_{n2} , Н/м d_{n1} , кг/с d_{n2} , кг/с d_{pom} , кг/с	$1.0*10^{11}$ $5.0*10^{10}$ $4.0*10^2$ $6.0*10^2$ $1.0*10^1$	$1.1630*10^9$ $9.2727*10^8$ $4.9406*10^4$ $4.5324*10^4$ $1.9676*10^4$	7	16.3 -8.3 23.5 13.3 -1.6
$\omega = 8200 \text{ об/мин}$, погрешность $\pm 10 \%$	C_{n1} , Н/м C_{n2} , Н/м d_{n1} , кг/с d_{n2} , кг/с d_{pom} , кг/с	$5.0*10^{10}$ $1.0*10^{11}$ $6.0*10^1$ $4.0*10^1$ $1.0*10^2$	$1.0786*10^9$ $1.1777*10^9$ $1.5841*10^4$ $7.7751*10^4$ $1.8579*10^4$	4	7.9 17.8 -60.4 67.8 -7.2

Масса ротора 600 кг, межпорное расстояние 1820 мм, рабочая частота вращения 6150-8600 об/мин. Значения динамических коэффициентов

подшипников, которые принимались при расчете ДКВ, а также первые две критические частоты ротора при данной жесткости подшипников приведены в первой строке таблиц. Значение жесткостей математической модели ротора принималось таким образом, чтобы рабочая частота вращения 8200 об/мин находилась либо далеко (таблица 1), либо вблизи (таблица 2) от второй критической частоты.

Таблица 2

$C_{n1} = C_{n2} = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$, $d_{n1} = d_{n2} = 4 \cdot 10^4 \text{ кг/с}$, $d_{pom} = 2 \cdot 10^4 \text{ кг/с}$, $\omega_1 = 3343 \text{ об/мин}$, $\omega_2 = 8955 \text{ об/мин}$					
Частота вращения, погрешность ДКВ	Оцениваемые параметры	Начальные значения	Полученный результат	Число итераций	Погрешность, %
$\omega = 8200 \text{ об/мин, погрешность } 0 \%$	$C_{n1}, \text{Н/м}$ $C_{n2}, \text{Н/м}$ $d_{n1}, \text{кг/с}$ $d_{n2}, \text{кг/с}$ $d_{pom}, \text{кг/с}$	$2.0 \cdot 10^{10}$ $1.0 \cdot 10^{10}$ $4.0 \cdot 10^2$ $4.0 \cdot 10^3$ $2.0 \cdot 10^1$	$1.0000 \cdot 10^8$ $9.9999 \cdot 10^7$ $3.9999 \cdot 10^4$ $3.9999 \cdot 10^4$ $2.0000 \cdot 10^4$	19	-
$\omega = 8200 \text{ об/мин, погрешность } \pm 5 \%$	$C_{n1}, \text{Н/м}$ $C_{n2}, \text{Н/м}$ $d_{n1}, \text{кг/с}$ $d_{n2}, \text{кг/с}$ $d_{pom}, \text{кг/с}$	$5.0 \cdot 10^7$ $5.0 \cdot 10^7$ $2.0 \cdot 10^2$ $3.0 \cdot 10^2$ $4.0 \cdot 10^2$	$1.0018 \cdot 10^8$ $1.0021 \cdot 10^8$ $4.1432 \cdot 10^4$ $4.2573 \cdot 10^4$ $2.0691 \cdot 10^4$	10	0.2 0.2 3.6 6.4 3.5
$\omega = 8200 \text{ об/мин, погрешность } \pm 10 \%$	$C_{n1}, \text{Н/м}$ $C_{n2}, \text{Н/м}$ $d_{n1}, \text{кг/с}$ $d_{n2}, \text{кг/с}$ $d_{pom}, \text{кг/с}$	$5.0 \cdot 10^{10}$ $4.0 \cdot 10^{10}$ $2.0 \cdot 10^5$ $3.0 \cdot 10^5$ $4.0 \cdot 10^5$	$1.0208 \cdot 10^8$ $1.0172 \cdot 10^8$ $3.9941 \cdot 10^4$ $4.3620 \cdot 10^4$ $2.1773 \cdot 10^4$	14	2.1 1.7 -0.2 9.1 8.9

По результатам численных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1 При расчетах, когда значения ДКВ вводятся без погрешности, итерационный процесс сходится к точным значениям всегда, для любого сочетания идентифицируемых параметров от 2 до 5.

2 Независимо от погрешности вводимых ДКВ, для оценивания на частотах, удаленных от критических частот, начальные значения жесткости и демпфирования, при которых итерационный процесс сходился, могут быть на один-два порядка больше или меньше от действительных значений (таблица 1, частота вращения 8200 об/мин).

3 При оценивании на частоте вращения 3800 об/мин, находящейся вблизи, но ниже первой критической частоты, итерационный процесс сходился лучше, когда начальные значения жесткости подшипников и демпфирования ротора были меньшими, а начальные значения сопротивления подшипников большими от действительных. На этой частоте погрешность оценивания коэффициентов жесткости приблизительно равна погрешности измерения ДКВ, погрешность определения сопротивления ротора оказалась ниже погрешности ДКВ. При этом погрешность определения коэффициентов сопротивления подшипников составляла 55-66%.

4 При оценивании вблизи второй критической частоты (таблица 2), независимо от вводимой погрешности, наблюдалась хорошая сходимость

итерационного процесса для различного сочетания начальных значений оцениваемых параметров. Но в случае, когда начальные значения жесткостей меньше от действительных значений, существует такое их предельное начальное значение, ниже которого итерационный процесс не сходится. На этих частотах оценивание возможно сразу по всем пяти неизвестным параметрам.

5 На частотах вращения, достаточно удаленных от критических частот, погрешность оценивания коэффициентов жесткости имеет диапазон 8-18 % при погрешности вводимых ДКВ $\pm 10 \%$. Такая точность определения жесткости достаточна для практического использования результатов оценивания.

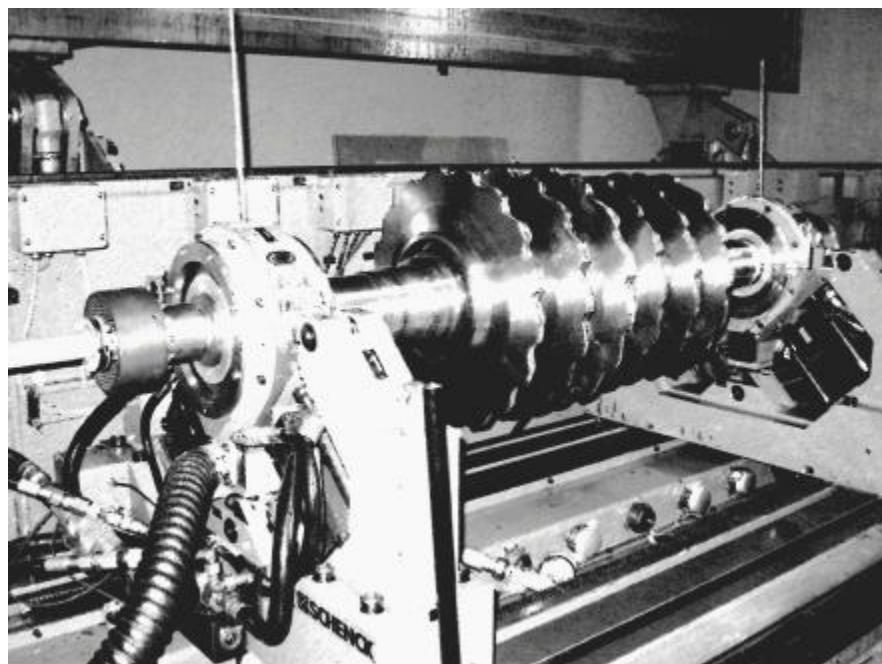


Рисунок 2 - Ротор на РБС

Для этого же ротора, при использовании экспериментальных ДКВ от пробных грузов на первом, третьем, четвертом и шестом рабочих колесах, по программе нелинейного оценивания на некоторых частотах были получены коэффициенты жесткости и сопротивления его сегментных подшипников, а также эквивалентное сопротивление ротора. Диаметр опорных шеек ротора 120 мм, диаметральный зазор в подшипнике 0.21-0.23 мм. Экспериментально определенное значение первой критической частоты оказалось равным 3940 об/мин. Результаты оценивания приведены в таблице 3.

Таблица 3

Частота вращения, об/мин	Оцененные значения				
	C_{n1} , Н/м	C_{n2} , Н/м	d_{n1} , кг/с	d_{n2} , кг/с	d_{pom} , кг/с
3700	$4.79 \cdot 10^8$	$5.87 \cdot 10^8$	43020	43020	23370
6150	$7.35 \cdot 10^8$	$8.07 \cdot 10^8$	-	-	-
8600	$1.06 \cdot 10^9$	$1.13 \cdot 10^9$	-	-	60840

Необходимо отметить, что оценивание по экспериментальным данным реального ротора более проблематично по сравнению с численными экспериментами на условной расчетной модели. Для конкретного ротора ни на одной из рассматриваемых частот не удалось выполнить оценивание одновременно по всем пяти параметрам. Расчеты проводились в несколько этапов, с оцениванием двух или трех коэффициентов. Так, при оценивании на частоте 3700 об/мин сначала были получены жесткости подшипников и эквивалентное сопротивление ротора, а потом уже было определено сопротивление подшипников.

На частоте 6150 об/мин при оценке коэффициентов жесткости сопротивление принималось таким, как и на частоте 3700 об/мин. На частоте 8600 об/мин сначала, приняв жесткость опор одинаковой, были определены средняя жесткость подшипников и эквивалентное сопротивление ротора. Затем при оцененном сопротивлении ротора с использованием алгоритма оценивания по двум параметрам были уточнены коэффициенты жесткости по обеим опорам.

На последнем шаге итераций значение квадратного корня целевой функции (10) на разных частотах было в пределах 0.5-0.6 мм/с, тогда как значение экспериментальных ДКВ составляло 3-4 мм/с. Такую точность определения динамических коэффициентов подшипников можно считать достаточной как для их использования в динамических расчетах при проектировании, так и для определения ДКВ расчетным путем.

Вышеизложенные результаты оценивания упруго-демпферных параметров роторных систем турбокомпрессоров позволяют сделать вывод о возможности эффективного практического применения программ идентификации для уточнения математических моделей роторов с использованием экспериментальных данных, получаемых в процессе балансировки роторов на разгонно-балансировочном стенде.

SUMMARY

The method of nonlinear identification of coefficient of stiffness and damping of segment bearings of a turbocompressor, using the experimental data which have been received during balancing of rotors is developed. With the help of numerical experiments the convergence of iterative process for a various combination of estimated parameters is investigated. Values of stiffness and damping of bearings on some frequencies of rotation for a rotor in weight of 600 kg and by diameter of basic surfaces 120 mm are received.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Симоновський В.І., Хворост В.А. Оцінювання параметрів динамічних моделей роторів. – Суми: Видавництво СумДУ, 2002. -142с.
2. Воскресенский В.А., Дьяков В.И., Зиле А.З. Расчет и проектирование опор жидкостного трения: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. -232с.
3. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. – М.: Статистика, 1979. -352с.
4. Балансировка роторов турбоагрегатов на разгонно-балансировочном стенде /Е.В. Урьев, А.В. Урьев, М.И. Львов, В.И. Владсов // Энергомашиностроение. - 1976. - №4. - С. 24-26.
5. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. –М.:Наука, 1966. - 664с.

Поступила в редакцию 6 июля 2006 г.